

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA
POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH
WYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda

/Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/

Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)

ZAKRES PODSTAWOWY KLASA 2A

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej.				
Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania oceny dopuszczającej	Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania oceny dostatecznej	Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania oceny dobrej	Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania oceny bardzo dobrej	Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania oceny celującej
1 PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI				
- zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy; - potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora - potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) - zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych - potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	- potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora - potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań - potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor - umie podać własności funkcji:	- potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności - potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności - potrafi stosować własności działań na wektorach w	- wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; - potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; - zna prawa dotyczące działań na wektorach; - potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; - potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	$y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$ potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przesunięcie równoległe o dany wektor.	rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	stopniu trudności	
2 RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ				
- zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną - potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby - umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami - rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $x - a = b$ - zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	- potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $x - a = b$, - potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału - wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość	rozwiązuje równania wartością bezwzględną metodą graficzną	rozwiązuje algebraicznie i graficznie z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności	- rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności; 3potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
3 FUNKCJA KWADRATOWA				
- zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$ - zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją) - odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	- potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; - rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$ - potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych	potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne	- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; - potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

• potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; • potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.) • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje) • potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; • potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności; • potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą; • potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; • rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	• własnościach; • potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); • potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie; • potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;			
4 GEOMETRIA PŁASKA - OKRĘGI I KOŁA				
• zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi; • zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady	• zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;	• zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; • zna definicję wielokąta; • zna i potrafi stosować	• potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów; • potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest	• potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych,

takich figur; • zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; • zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; • zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; • zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań; • umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; • rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej; • zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań; • zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; • potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie; • zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; • potrafi określić wzajemne	• zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; • zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; • zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; • umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; • umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum; • zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; • zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; • zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; • zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; • zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązywaniu prostych zadań; • umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.	wzór na liczbę przekątnych wielokąta; • wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; • potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; • potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; • zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; • potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; • zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności	zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; • potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; • potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. Talesa, • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych	półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; • zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; • umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; • potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; • potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z
---	---	--	--	--

położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej; - zna definicję stycznej do okręgu; - zna twierdzenie o stycznej do okręgu; - zna twierdzenie o odcinkach stycznych; - umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; - posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; - zna twierdzenie o stycznej i siecznej; - zna twierdzenie o cięciwach; - zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; - potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	- potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań; - zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań - potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; - potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach; - rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie - rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny	dotyczące położenia dwóch okręgów; - stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach - rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt; - umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;	twierdzeń; - potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów; - potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności; - potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych; - przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie; - potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.	wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii; - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; - umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
---	--	--	---	--

5 TRYGNOMETRIA

- zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; - potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta - zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; - Zna wzory redukcyjne kątów:	- potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^0 \pm \alpha$; $180^0 \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń; - potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; - potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji	- potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^0 \pm \alpha$; $180^0 \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń; - potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; - potrafi wyznaczyć	- potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; - potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;	- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. - potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje
---	--	---	--	---

$90^0 \pm \alpha ; 180^0 \pm \alpha ;$	trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; • potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;	wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;		się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
6 GEOMETRIA ANALITYCZNA				
• potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców • zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); • zna definicję równania ogólnego prostej; • potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; • zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; • rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej • potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; • potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; • umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej • potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	• potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); • potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt; • potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; • potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); • potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów	• potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	• potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;	• potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań; • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;

	danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);			
7 GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.				
- zna twierdzenie cosinusów; - rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; - zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; - potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; - zna twierdzenie o polach figur podobnych; - zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; - wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; - potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; - potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; - umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;	- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	- potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie cosinusów; - rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) - potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.	- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. - potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
8 WIELOMIANY				
- zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; - potrafi wskazać jednomiany podobne; - potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; - potrafi uporządkować wielomian	- potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; - potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań; - potrafi stosować twierdzenie o	potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz

(malejąco lub rosnąco); • potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; • potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia • potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; • potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; • potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; • potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; • zna twierdzenie Bezouta; • zna twierdzenie o reszcie;	reszcie w rozwiązywaniu zadań; • potrafi rozwiązywać równania wielomianowe w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;			niekonwencjonalnych pomysłów
---	---	--	--	------------------------------